



ce
pre
UNI

TEORÍA

Geometría

SUPERFICIE PRISMÁTICA

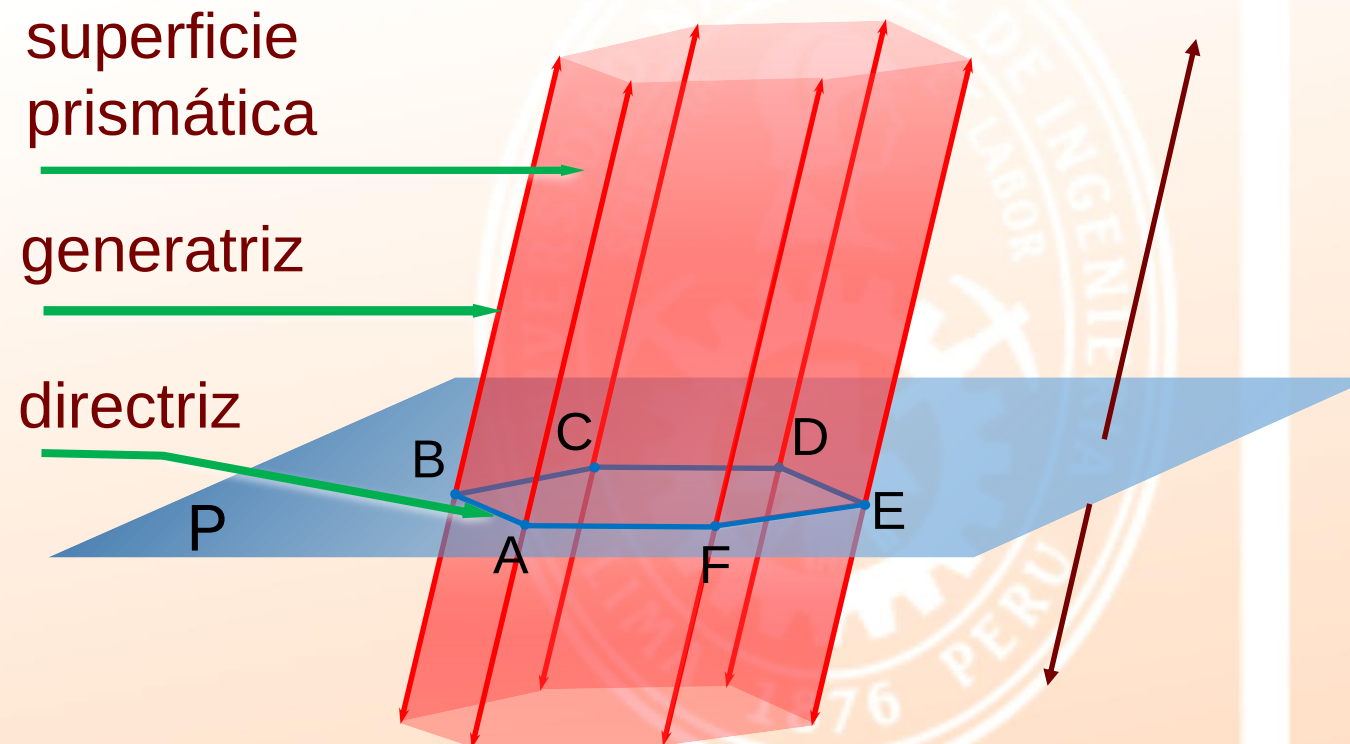
**CICLO
PRE
2024-1**



SUPERFICIE PRISMÁTICA

DEFINICIÓN

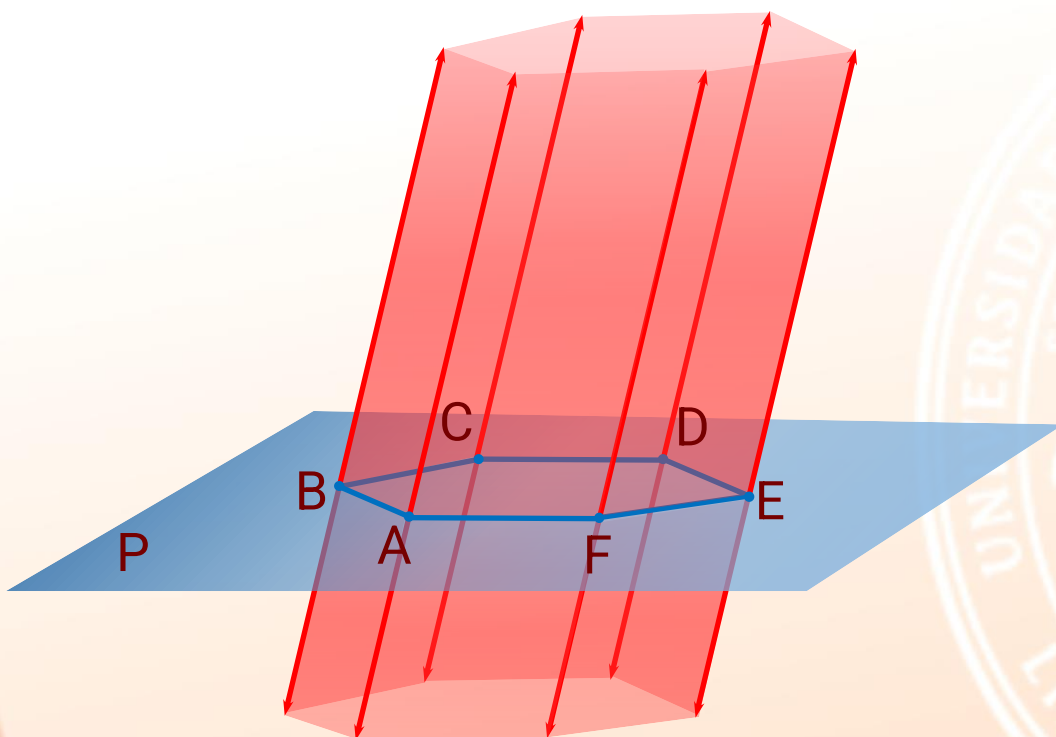
Dadas una recta y una línea poligonal plana (abierta o cerrada), tal que la recta sea secante al plano que contiene a la poligonal ; se denomina **superficie prismática**, a la superficie generada por la recta denominada **generatriz**, al trasladarse paralelamente a la recta dada, por todos los puntos de la línea poligonal denominada **directriz**.



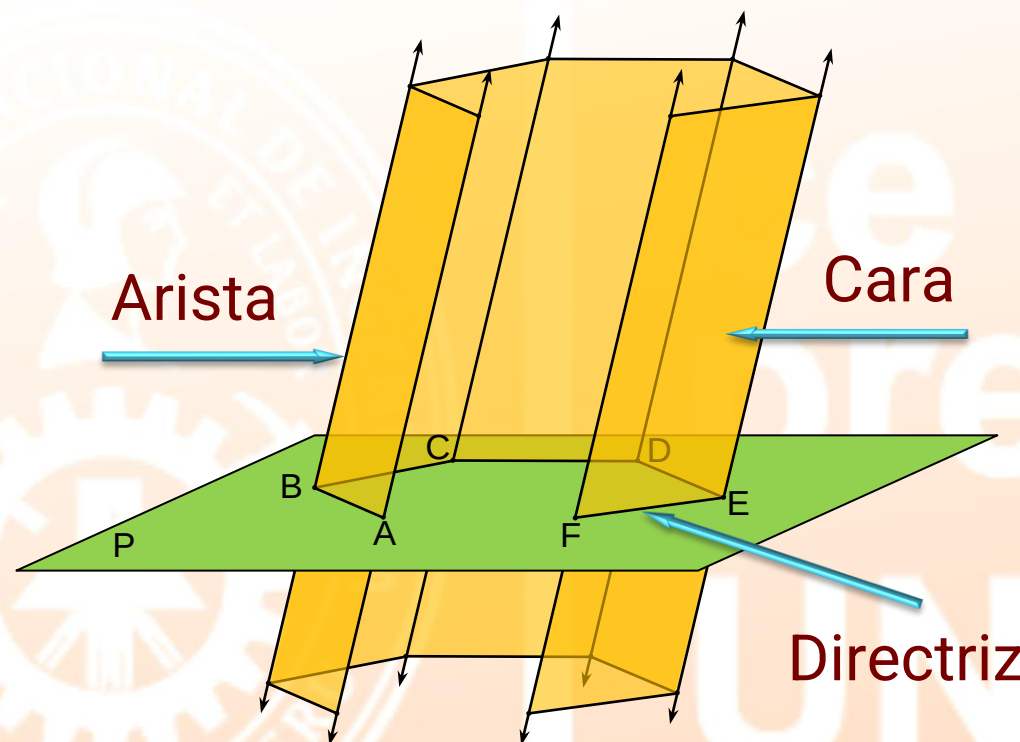
DEFINICIONES

Las generatrices que pasan por los vértices de la directriz se llaman aristas. El conjunto de todas las generatrices que pasan por los puntos de un mismo lado de la directriz determinan una cara.

Si cada arista esta contenida en dos caras, la superficie prismática es cerrada; en caso contrario, es abierta



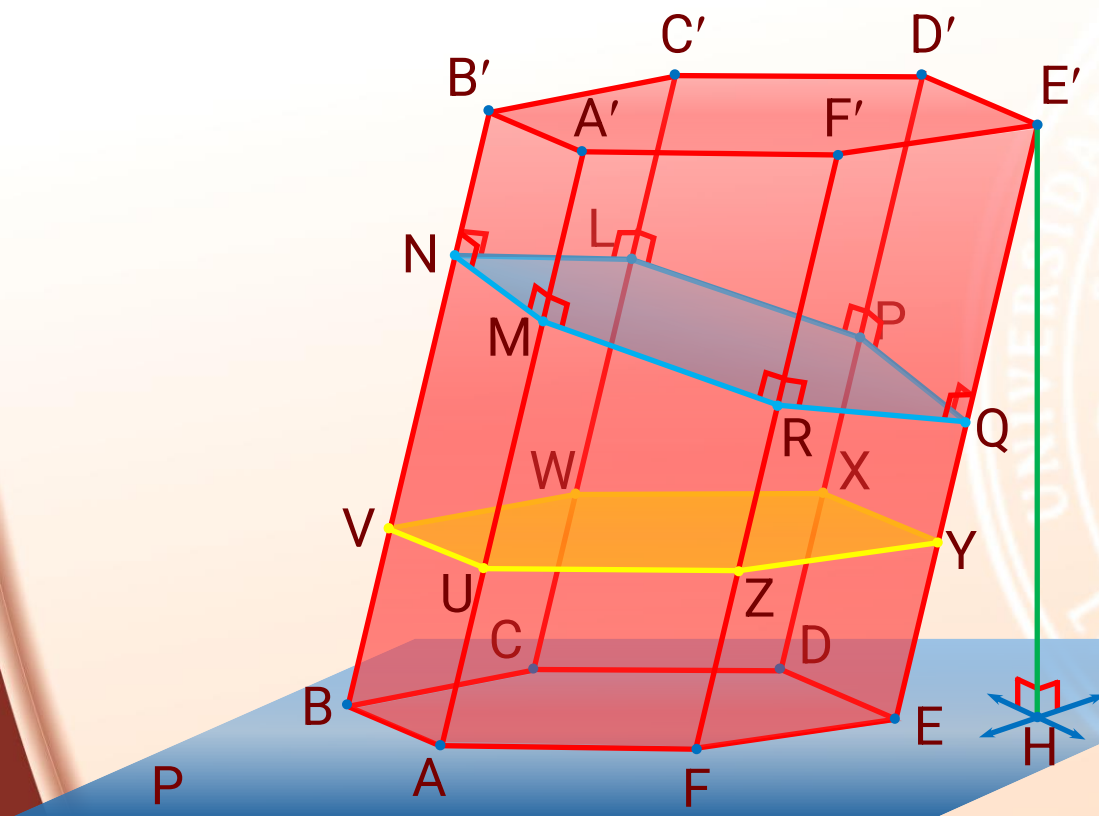
Superficie prismática cerrada



Superficie prismática abierta

PRISMA

Se denomina **prisma** al poliedro determinado por la unión de la parte de una superficie prismática cerrada comprendida entre dos planos paralelos entre sí, secantes a todas las generatrices de la superficie prismática, y las dos secciones determinadas en los planos.



- ❑ Bases: $ABCDEF$ y $A'B'C'D'E'F'$
- ❑ Aristas básicas: $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$, $\overline{BC}$, $\overline{B'C'}$, ...
- ❑ Caras laterales: $ABB'A'$, $BCC'B'$, ...
- ❑ Aristas laterales: $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, ...
- ❑ Altura: $\overline{E'H}$
- ❑ Sección transversal: $UVWXYZ$
- ❑ Sección recta: $MNLPQR$

- ❑ **Altura** del prisma, es aquel segmento perpendicular a las bases cuyos extremos pertenecen a cada uno de los planos que contienen a las bases del prisma. Ejemplo: $\overline{E'H}$
- ❑ **Sección transversal** de un prisma, es aquella sección plana determinada por un prisma y un plano paralelo a las bases y secante a las aristas laterales del prisma. Ejemplo: UVWXYZ
- ❑ **Sección recta** de un prisma, es aquella sección plana determinada por un prisma y un plano secante perpendicular a todas las aristas laterales del prisma. Ejemplo: MNLPQR.

EJERCICIO 01

En un prisma que tiene A aristas, la relación entre el número de caras y el número de vértices es

A) $\frac{A + 4}{2A}$

D) $\frac{A + 8}{2A}$

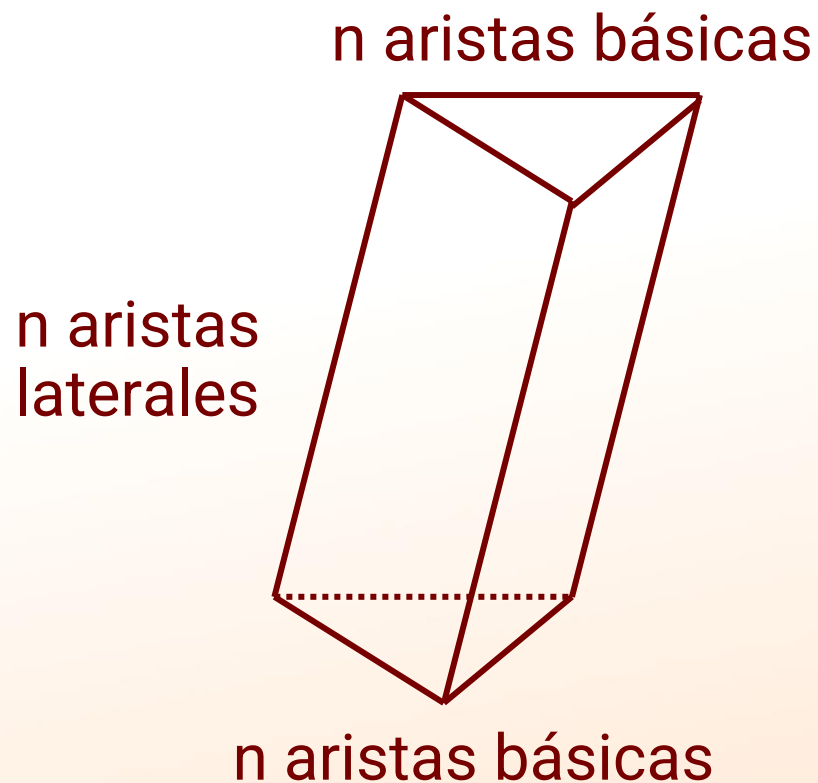
B) $\frac{A + 6}{2A}$

E) $\frac{A + 3}{2A}$

C) $\frac{A + 2}{2A}$

RESOLUCIÓN 01

En un prisma que tiene A aristas, la relación entre el número de caras y el número de vértices es



En el prisma donde la base tiene n lados:

En las bases hay n aristas

En las caras laterales hay n aristas

$$\text{El \# de aristas} = A = 3n \Rightarrow \frac{A}{3} = n$$

$$\text{El \# de caras} = C = n + 2 = \frac{A}{3} + 2$$

$$\text{El \# de vértices} = V = 2n = \frac{2A}{3}$$

$$x = \frac{C}{V} = \frac{\frac{A}{3} + 2}{\frac{2A}{3}} = \frac{A + 6}{2A}$$

Clave: B



ce
pre
UNI

TEORÍA

Geometría

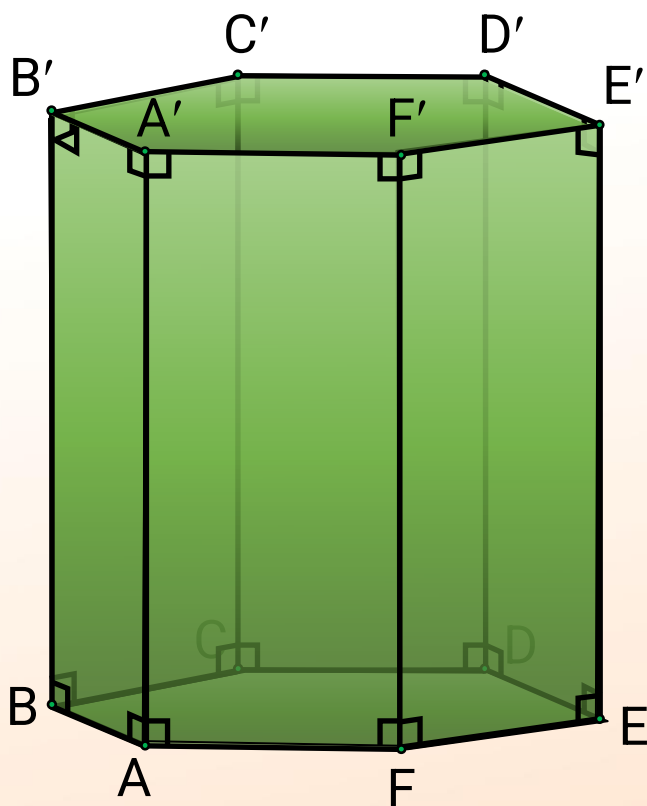
CLASIFICACIÓN DE LOS PRISMAS

**CICLO
PRE
2024-1**



Prisma recto

Es el prisma cuyas aristas laterales son perpendiculares a las bases.

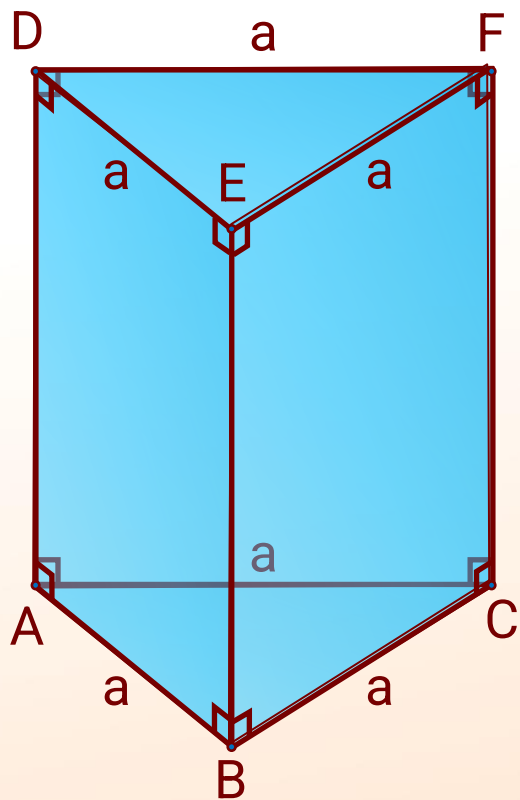


Prisma hexagonal recto
 $ABCDEF-A'B'C'D'E'F'$

ce
pre
UNI

Prisma regular

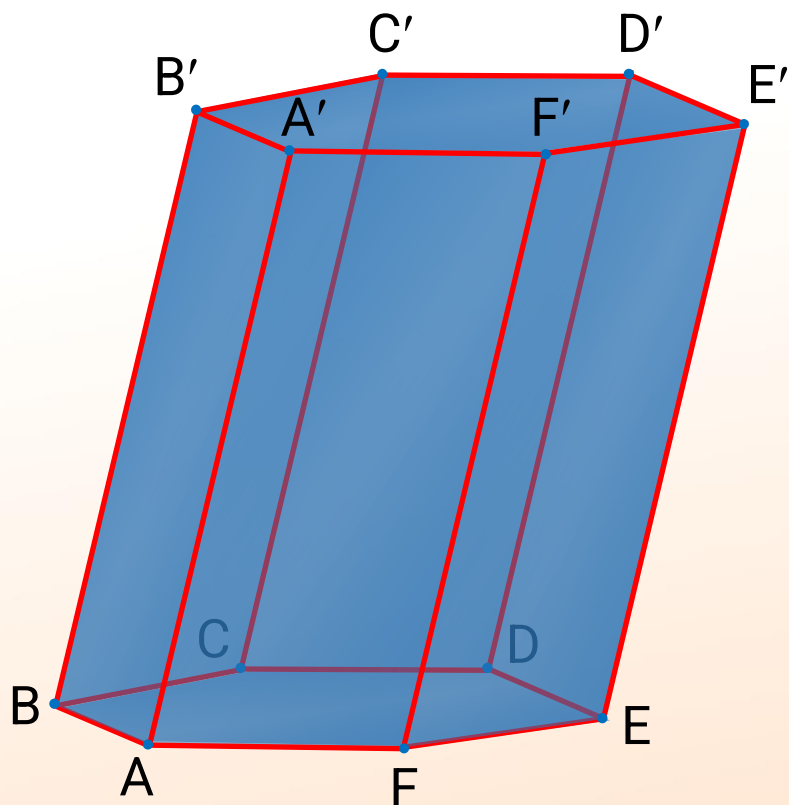
Es el prisma recto cuyas bases son regiones poligonales regulares.



Prisma regular ABC-DEF

Prisma oblicuo

Es el prisma cuyas aristas laterales no son perpendiculares a las bases.

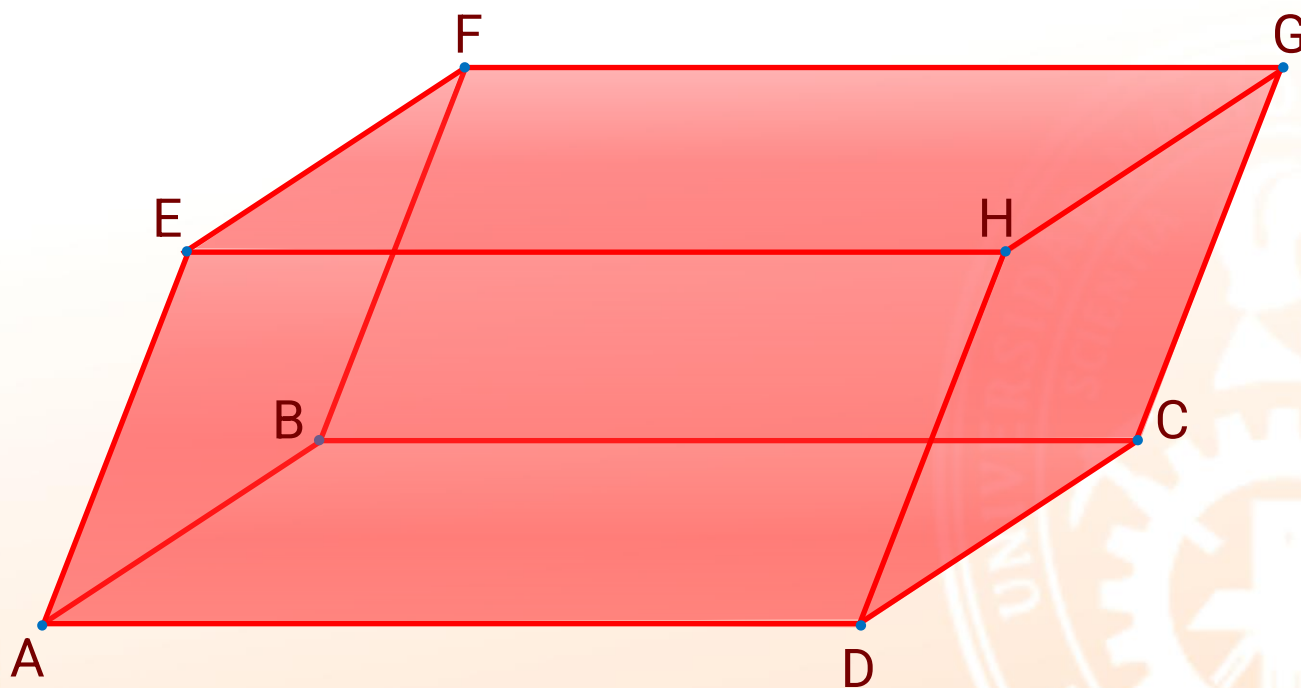


Prisma hexagonal oblicuo
 $ABCDEF-A'B'C'D'E'F'$

ce
pre
UNI

Paralelepípedo

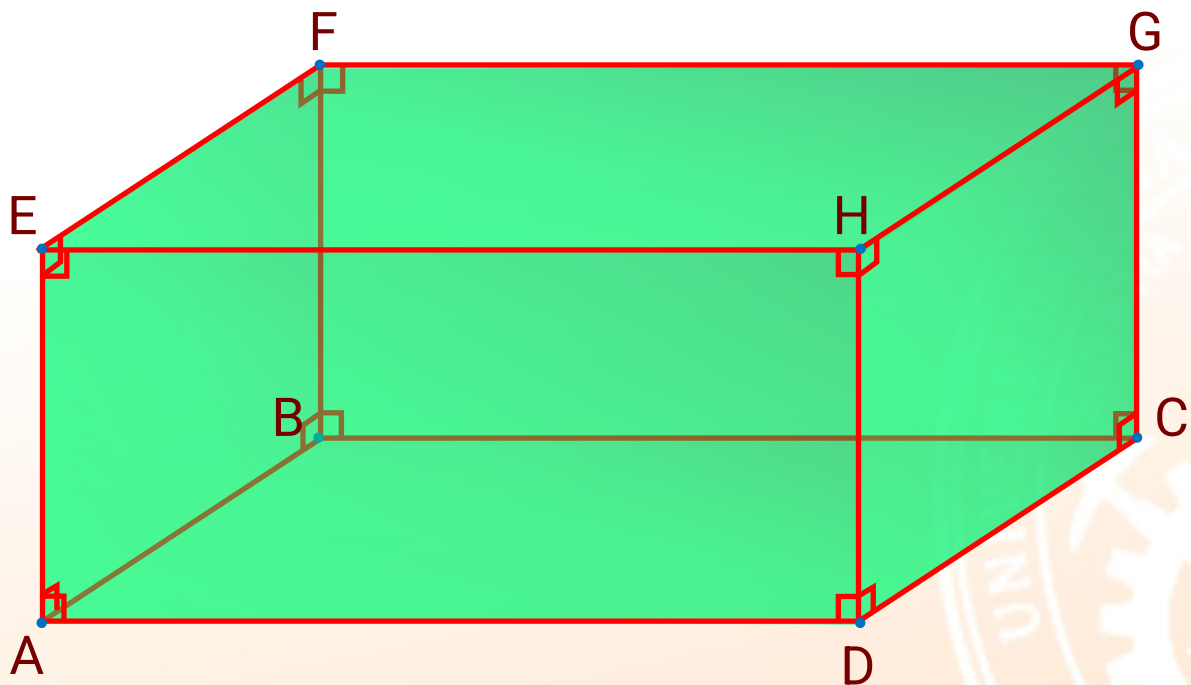
Es el prisma cuyas bases son regiones determinadas por paralelogramos.



Paralelepípedo ABCD–EFGH

Paralelepípedo recto

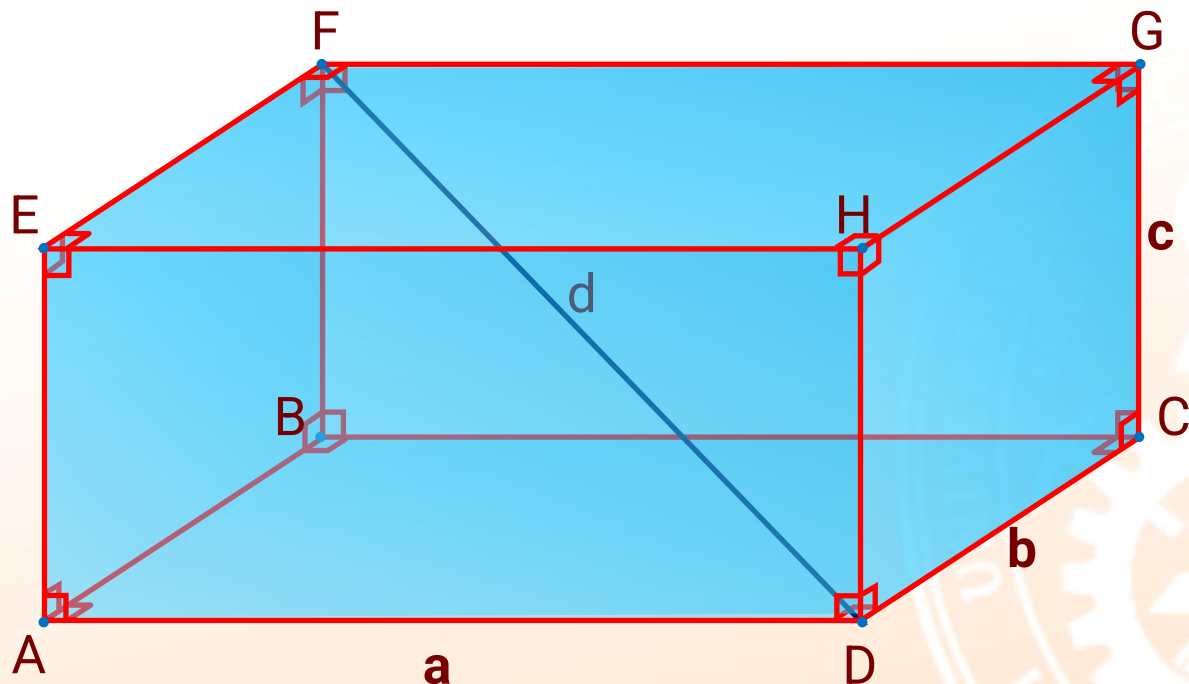
Es el paralelepípedo cuyas aristas laterales son perpendiculares a las bases.



Paralelepípedo recto ABCD-EFGH

Paralelepípedo rectangular

Es el paralelepípedo recto cuyas bases son regiones rectangulares. También se denomina rectoedro u ortoedro.



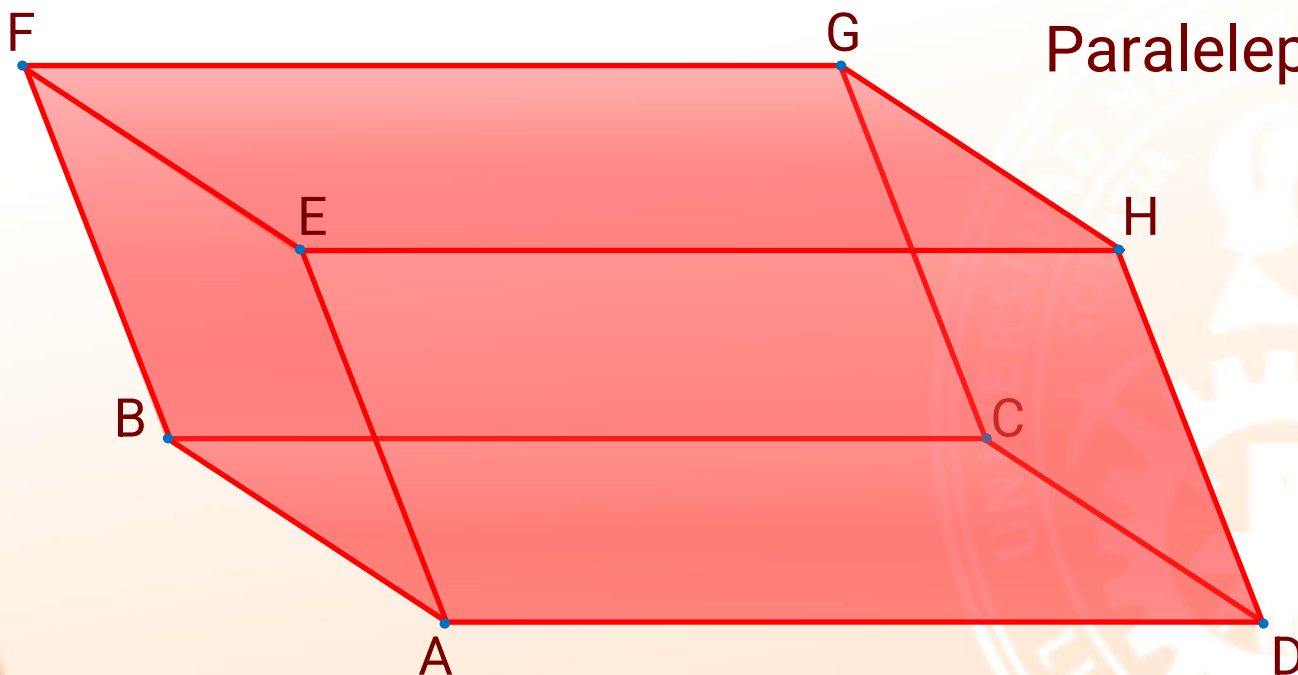
Paralelepípedo rectangular
ABCD-EFGH

Se cumple que:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Paralelepípedo oblicuo

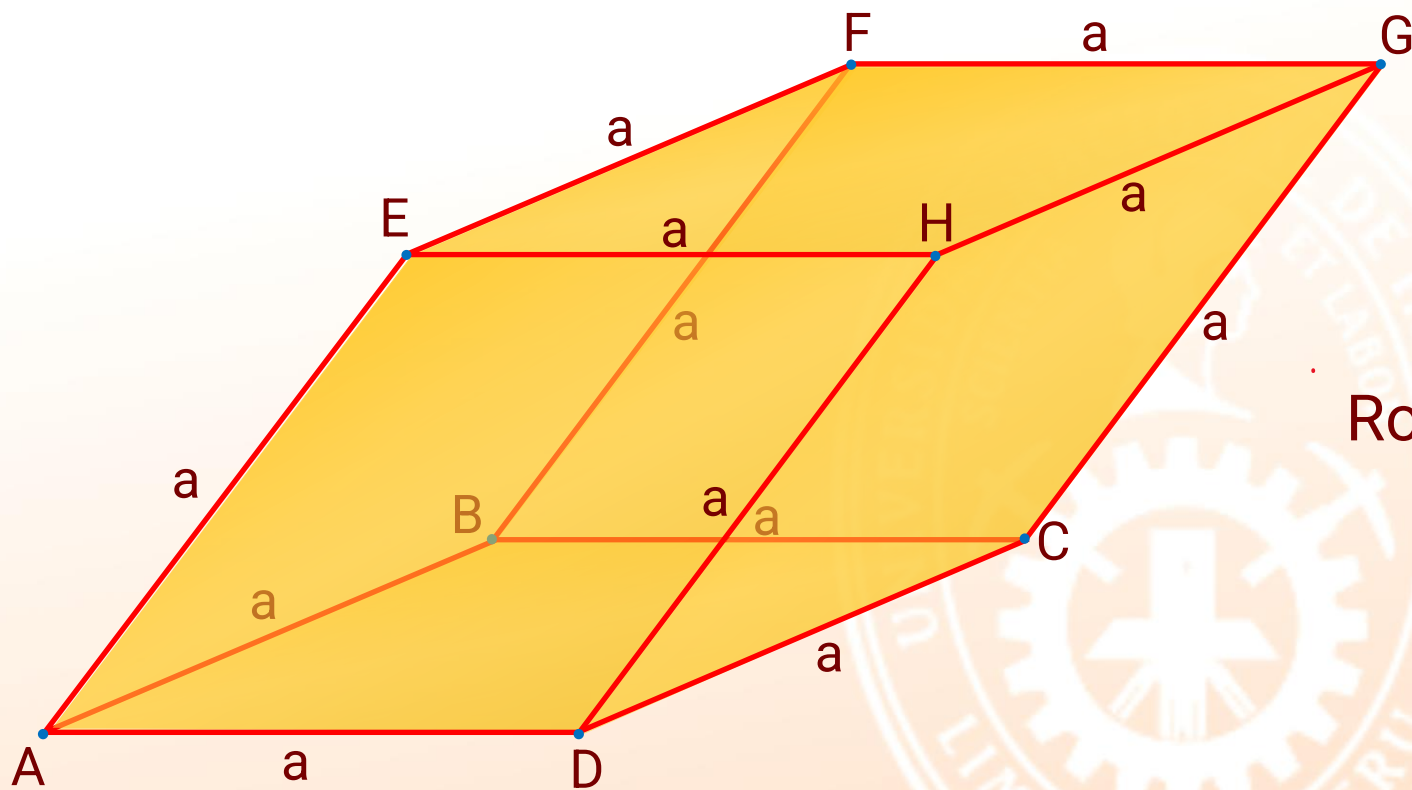
Es el paralelepípedo cuyas aristas laterales no son perpendiculares a las bases.



Paralelepípedo oblicuo ABCD-EFGH

Romboedro

Es el paralelepípedo, cuyas bases y caras laterales son regiones determinadas por rombos.



Romboedro ABCD-EFGH

EJERCICIO 02

Indique el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones

- I. Todas las caras de un romboedro son congruentes.
- II. En un prisma oblicuo, la medida del ángulo diedro agudo determinado por los planos que contienen a una de las bases y a la sección recta, es igual a la medida del ángulo agudo entre una arista lateral y una altura.
- III. El número de diagonales de un prisma es igual a la suma de los números de diagonales de las bases.

A) VVV

B) FFV

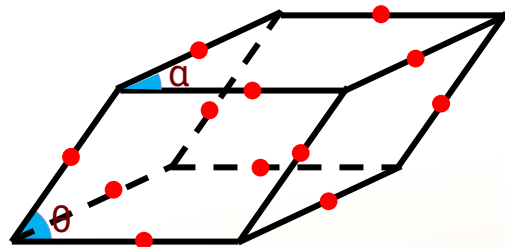
C) FVV

D) FVF

E) VVF

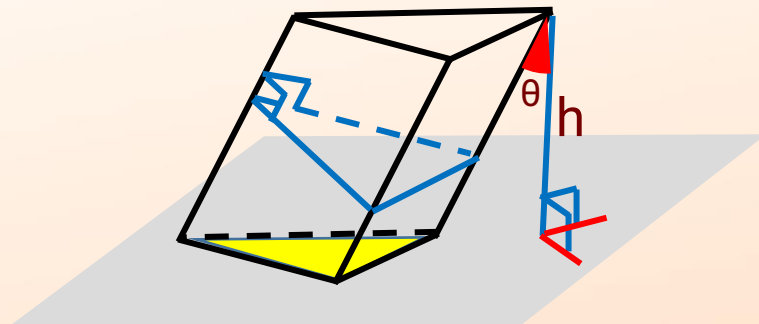
RESOLUCIÓN 02

I. F



Romboedro

II. V



Indique el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones

- I. Todas las caras de un romboedro son congruentes.
- II. En un prisma oblicuo, la medida del ángulo diedro agudo determinado por los planos que contienen a una de las bases y a la sección recta, es igual a la medida del ángulo agudo entre una arista lateral y una altura.
- III. El número de diagonales de un prisma es igual a la suma de los números de diagonales de las bases.

III. V

n : número de lados de una base de un prisma

D : número de diagonales de un prisma

$$D = n(n - 3)$$

Clave: C

EJERCICIO 03

Indique el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones

- I. En todo prisma regular, las aristas básicas son paralelas.
- II. En todo prisma, en cada vértice concurre el mismo número de aristas.
- III. En todo prisma regular, donde el número de lados de la base es n , la suma de las caras de un ángulo poliedro es $\frac{360(n-1)}{n}$.

A) VVV

B) FVF

C) FVV

D) FFV

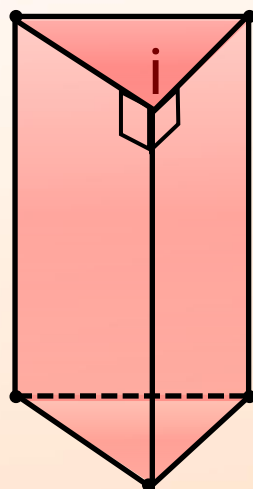
E) VVF

RESOLUCIÓN 03

Indique el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones

- I. En todo prisma regular, las aristas básicas son paralelas.
- II. En todo prisma, en cada vértice concurre el mismo número de aristas.
- III. En todo prisma regular, donde el número de lados de la base es n , la suma de las caras de un ángulo poliedro es $\frac{360(n-1)}{n}$

- I. (F) Solo si las aristas básicas están situados en una misma cara.
- I. (V) En cada vértice se determinan ángulos triedros, por lo tanto en cada vértice concurren tres aristas del poliedro.
- III. (V) En el ángulo poliedro del prisma regular, se cumple: .



n : número de lados de una base de un prisma

$$90 + 90 + \frac{180(n-2)}{n}$$

$$\frac{360(n-1)}{n}$$

Clave: C



ce
pre
UNI

TEORÍA

Geometría

**SUPERFICIE Y ÁREA
LATERAL DEL PRISMA**

**CICLO
PRE
2024-1**



Superficie lateral

Se denomina ***superficie lateral*** de un prisma a la unión de todas las caras laterales del prisma.

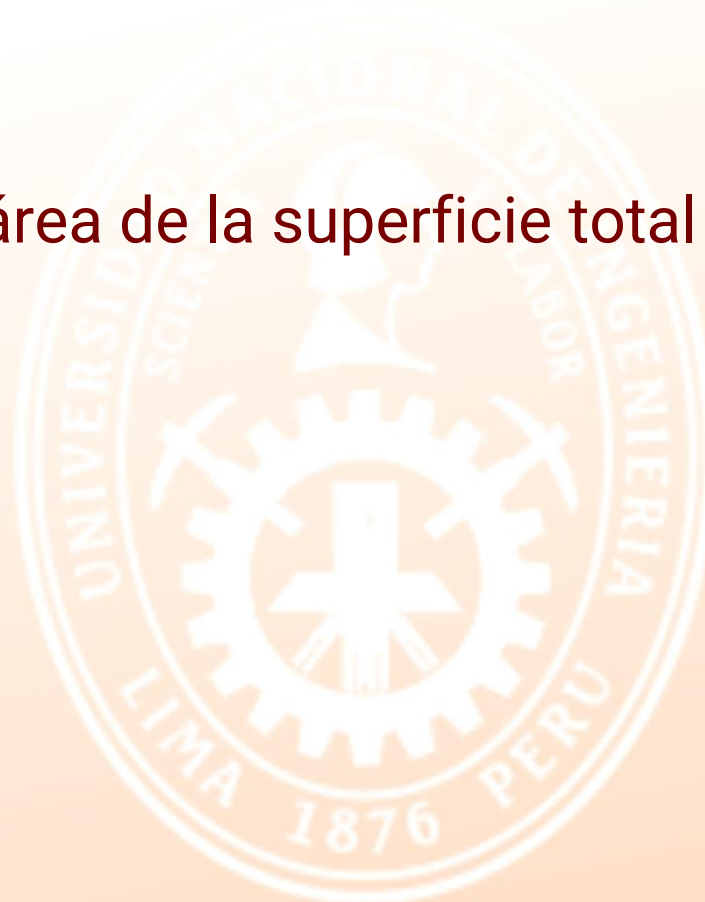
El ***área lateral*** de un prisma es el área de la superficie lateral del prisma y se denota por S_L .



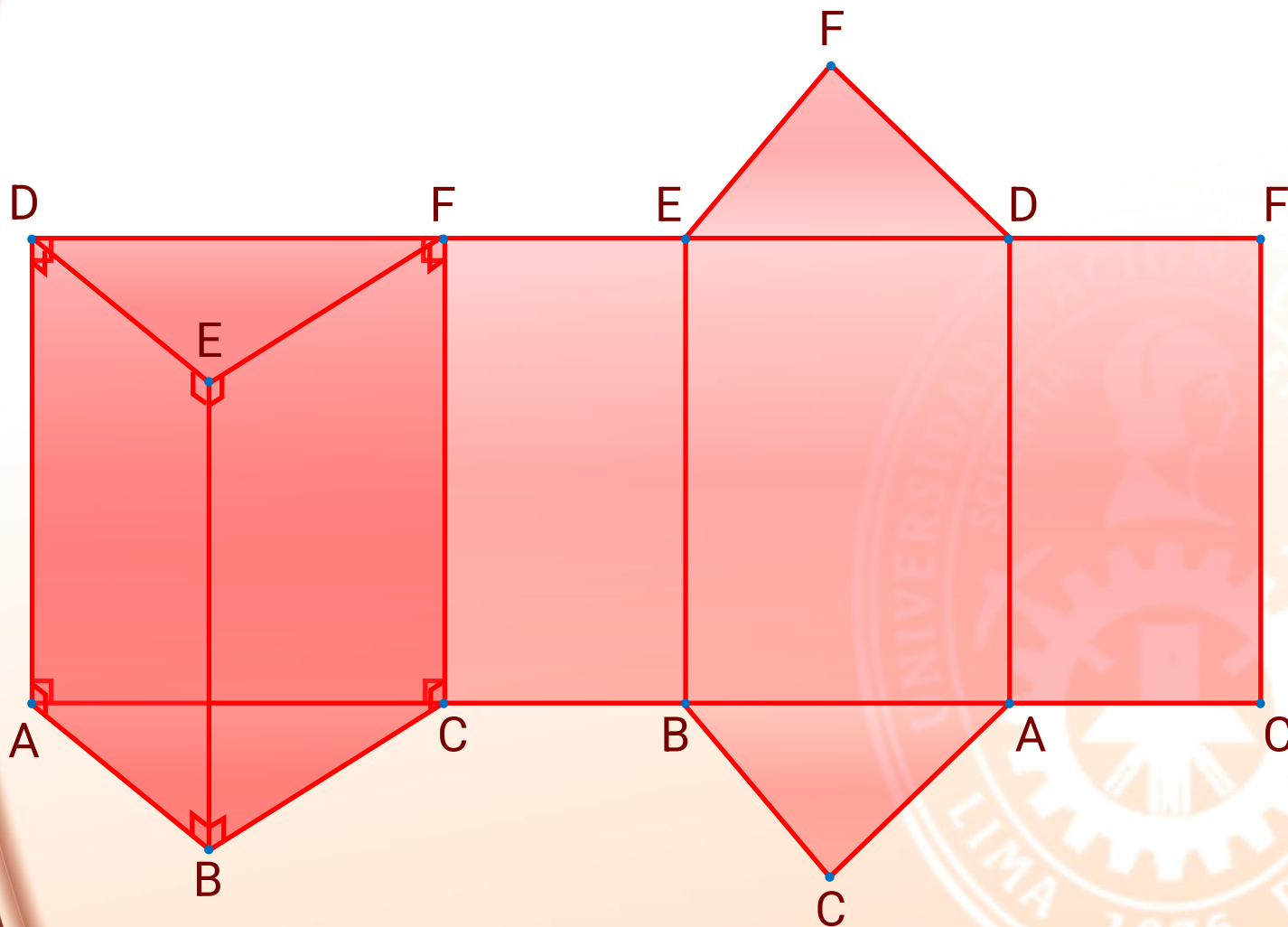
Superficie Total

Se denomina **superficie total** de un prisma a la unión de la superficie lateral y las bases del prisma.

El **área total** de un prisma es el área de la superficie total del prisma y se denota por S_T .

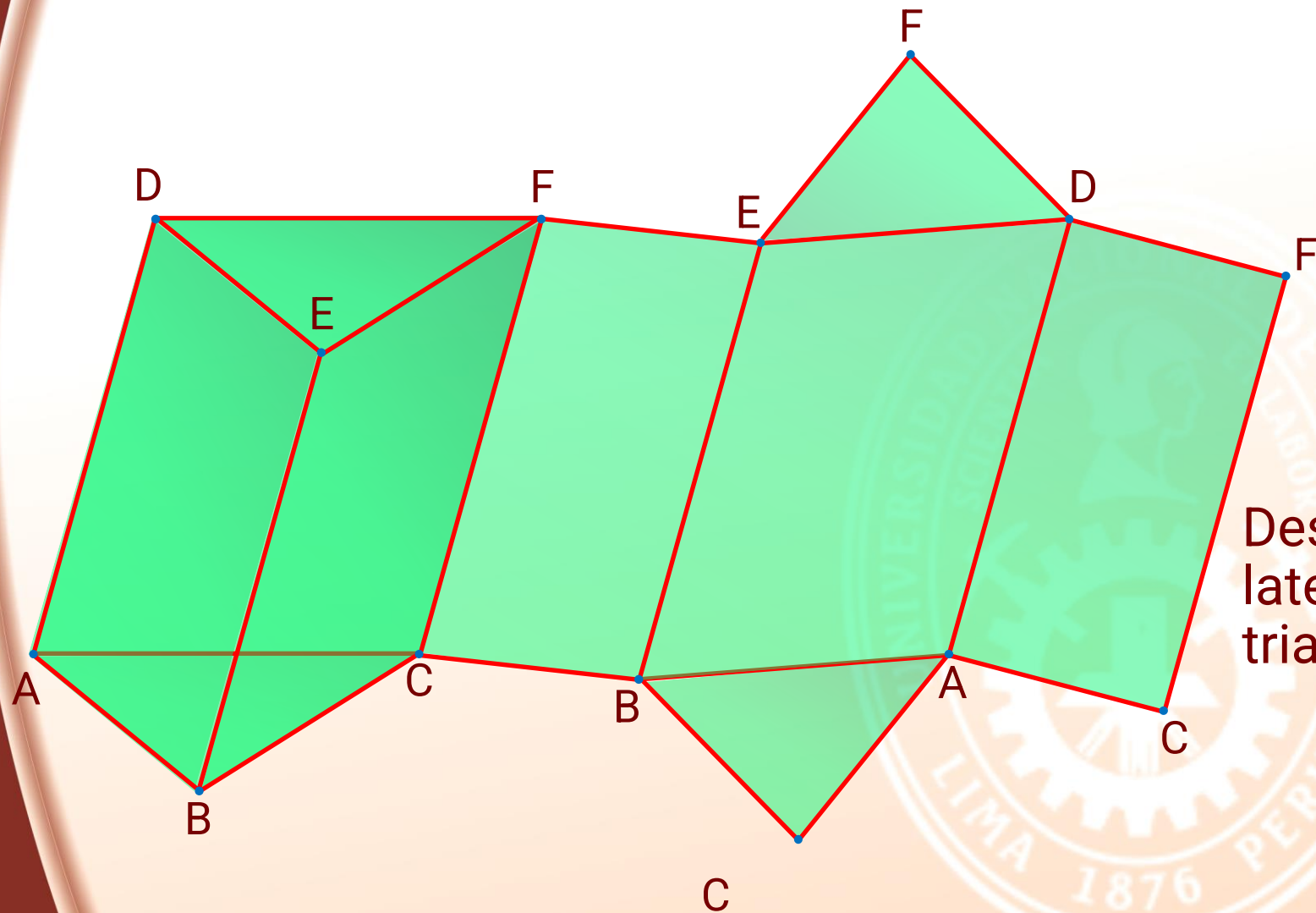


Desarrollo de la superficie lateral y total de un prisma recto



Desarrollo de la superficie lateral y total del prisma triangular recto ABC-DEF.

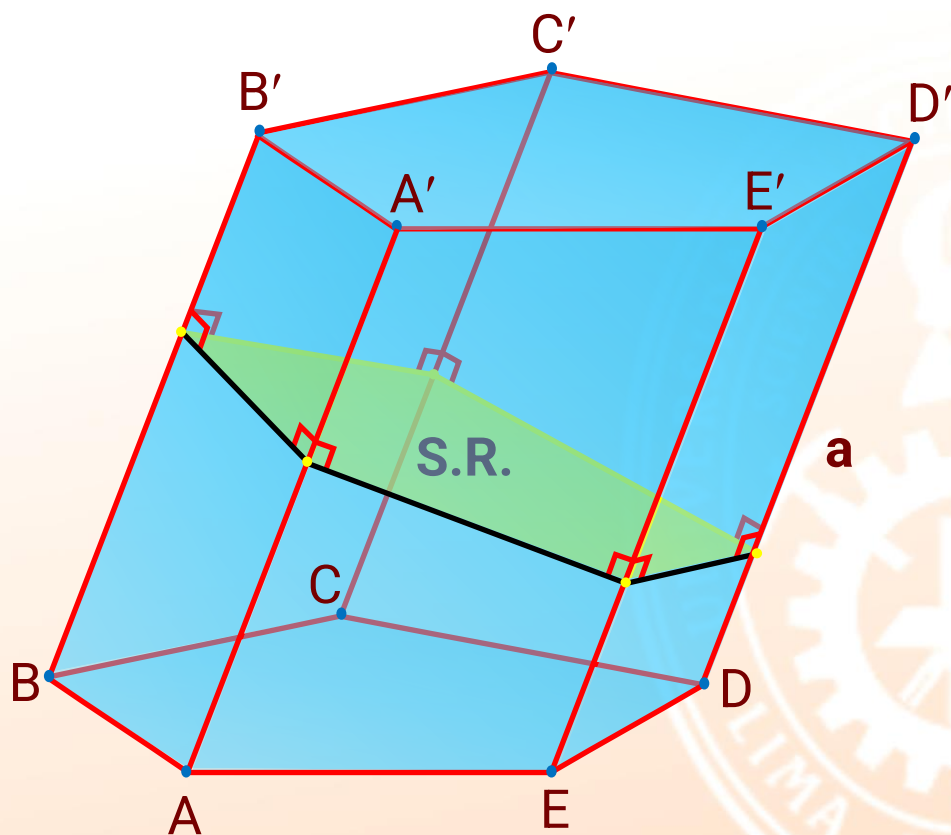
Desarrollo de la superficie lateral y total de un prisma oblicuo



Desarrollo de la superficie lateral y total del prisma triangular oblicuo ABC-DEF.

Área de la superficie lateral de un prisma

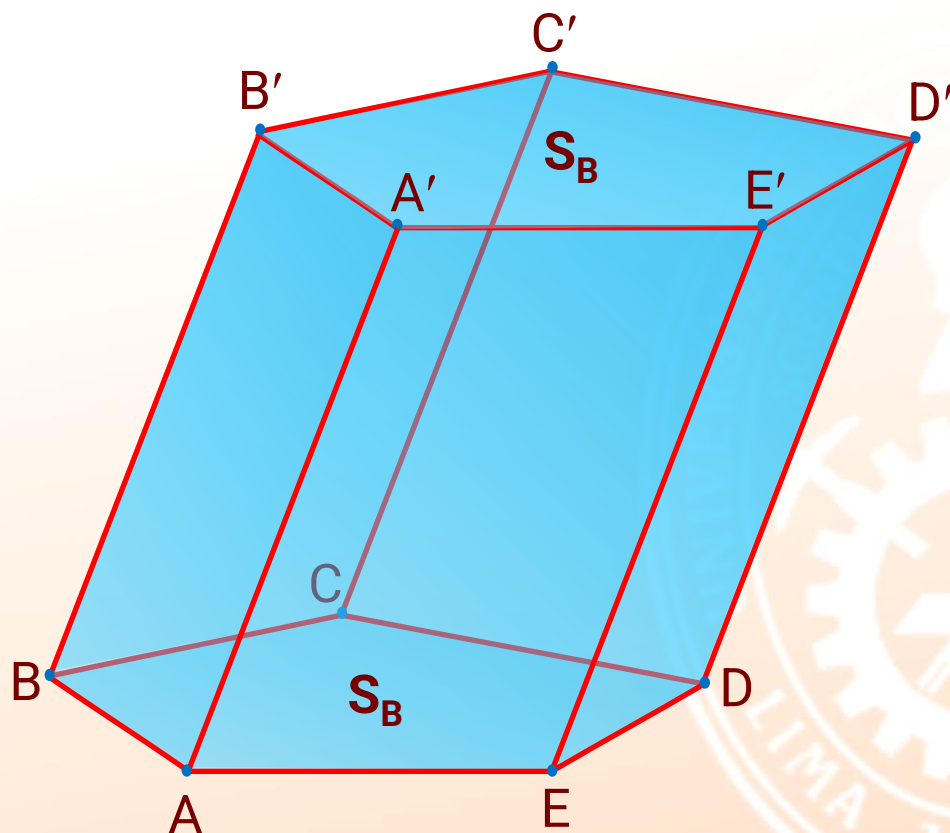
Teorema.- El área lateral de un prisma es igual al producto del perímetro de la sección recta y la longitud de la arista lateral del prisma.



$$S_L = (2p_{S.R.})a$$

Área de la superficie total de un prisma

Teorema.- El área total de un prisma es igual a la suma de las bases y el área lateral.



$$S_T = S_L + 2S_B$$

EJERCICIO 04

En un prisma cuadrangular regular $ABCD-A'B'C'D'$, la longitud de la menor trayectoria para trasladarse por la superficie lateral del prisma desde A hasta A' , mide $4k$ e interseca a la arista $\overline{DD'}$ en el punto M , tal que $m\angle AMA' = 90$. El área lateral del prisma es

A) $4\sqrt{2}k^2$

B) $4\sqrt{3}k^2$

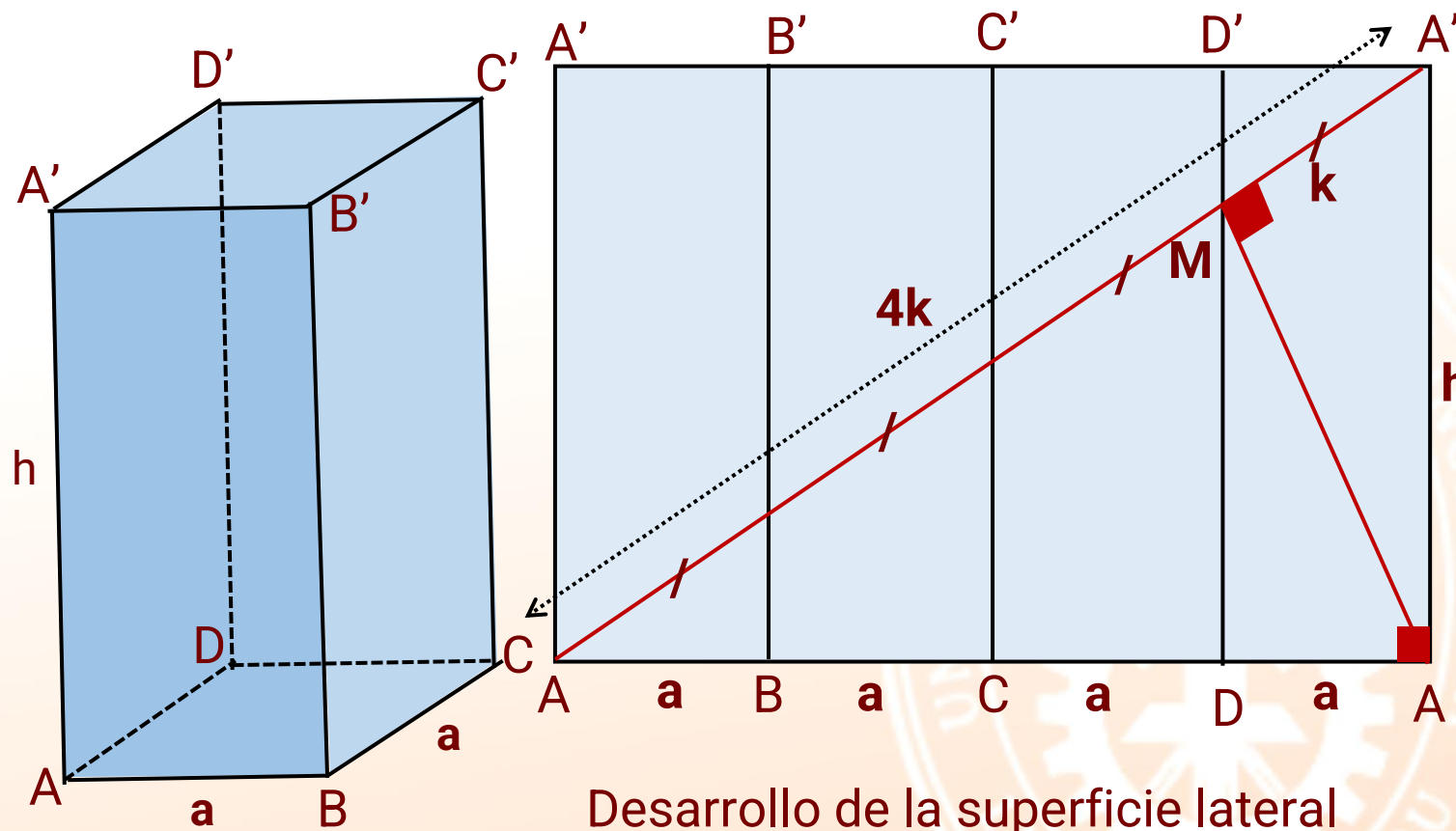
C) $8k^2$

D) $4\sqrt{5}k^2$

E) $4\sqrt{6}k^2$

RESOLUCIÓN 04

En un prisma cuadrangular regular $ABCD-A'B'C'D'$, la longitud de la menor trayectoria para trasladarse por la superficie lateral del prisma desde A hasta A' , mide $4k$ e interseca a la arista $\overline{DD'}$ en el punto M , tal que $m\angle AMA' = 90^\circ$. El área lateral del prisma es



$$\triangle AAA': h^2 = 4k(k) \Rightarrow h = 2k$$

$$\rightarrow 4a = 2k\sqrt{3}$$

$$S_{\text{Lateral}} = 2p_{\text{base}}(h)$$

$$S_{\text{Lateral}} = 4a(h)$$

$$S_{\text{Lateral}} = (2k\sqrt{3})(2k)$$

$$S_{\text{Lateral}} = 4\sqrt{3}k^2$$

Clave: B

EJERCICIO 05

En un prisma oblicuo, la altura mide 8 u y la sección recta es hexagonal regular, de aristas con longitudes de 4 u, además las aristas laterales están inclinadas 53° respecto de las bases. Calcule el área total (en u^2) del prisma.

A) $40 (4 + \sqrt{3})$

B) $60 (4 + \sqrt{3})$

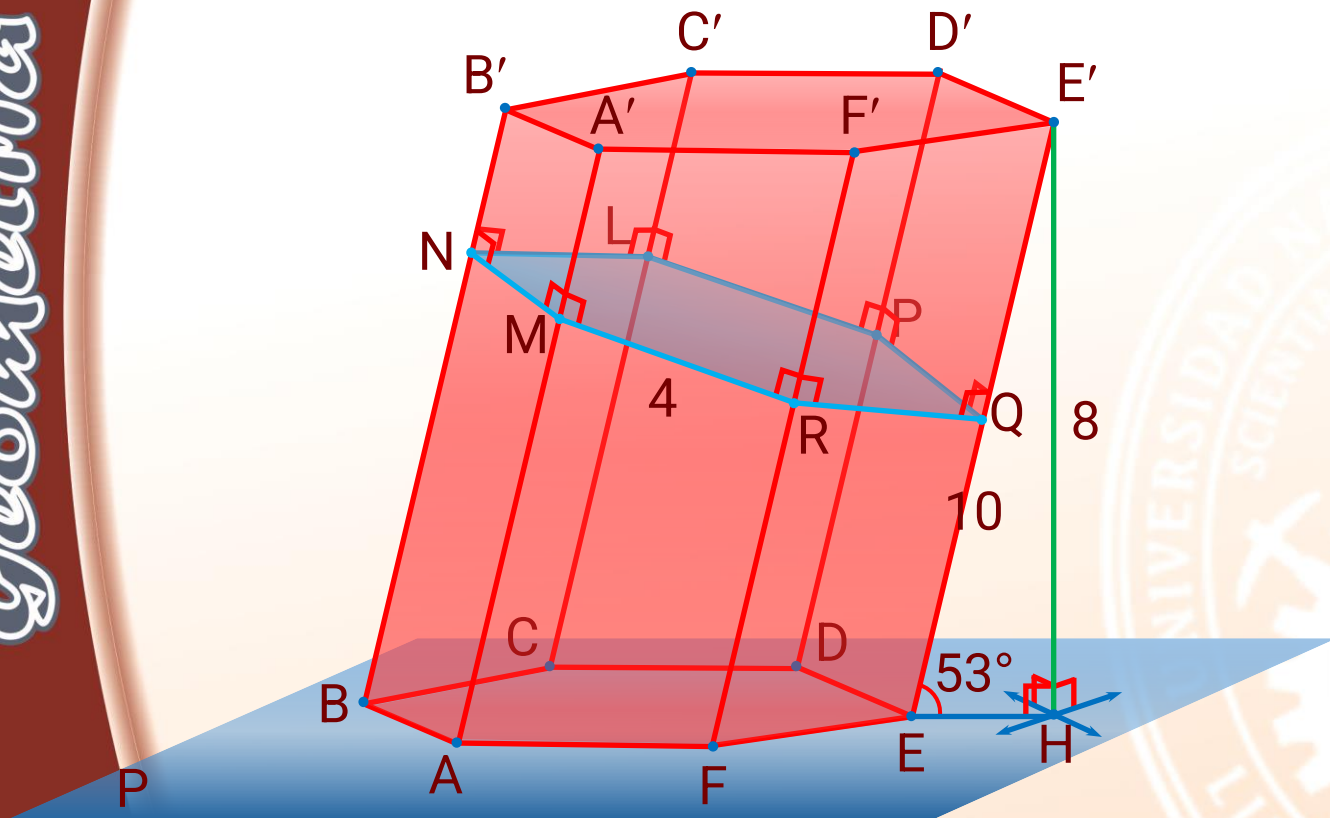
C) $80 (4 + \sqrt{3})$

D) $90 (4 + \sqrt{3})$

E) $100 (4 + \sqrt{3})$

RESOLUCIÓN 05

En un prisma oblicuo, la altura mide 8 u y la sección recta es hexagonal regular, de aristas con longitudes de 4 u, además las aristas laterales están inclinadas 53° respecto de las bases. Calcule el área total (en u^2) del prisma.



$$\triangle AHE': (53 \text{ y } 37)$$

$$EE' = 10$$

$$S_T = S_L + 2(S_{\text{BASE}})$$

$$S_L = 2p_{(SR)} (A_{\text{LAT}}) = 6(4) (10) = \mathbf{240}$$

$$S_{SR} = S_{(\text{BASE})} \cos 37$$

$$6(4^2\sqrt{3}/4) = S_{(\text{BASE})} (4/5)$$

$$\mathbf{30\sqrt{3}} = S_{\text{BASE}}$$

$$S_T = 240 + 2(30\sqrt{3})$$

$$\mathbf{S_T = 60 (4 + \sqrt{3})}$$

Clave: B

EJERCICIO 06

En un paralelepípedo rectangular, las longitudes de las diagonales de dos caras laterales son $4\sqrt{5}$ u y 5 u respectivamente y la longitud de la altura mide 4 u. Calcule el área total (en u^2) del paralelepípedo.

A) 125

B) 136

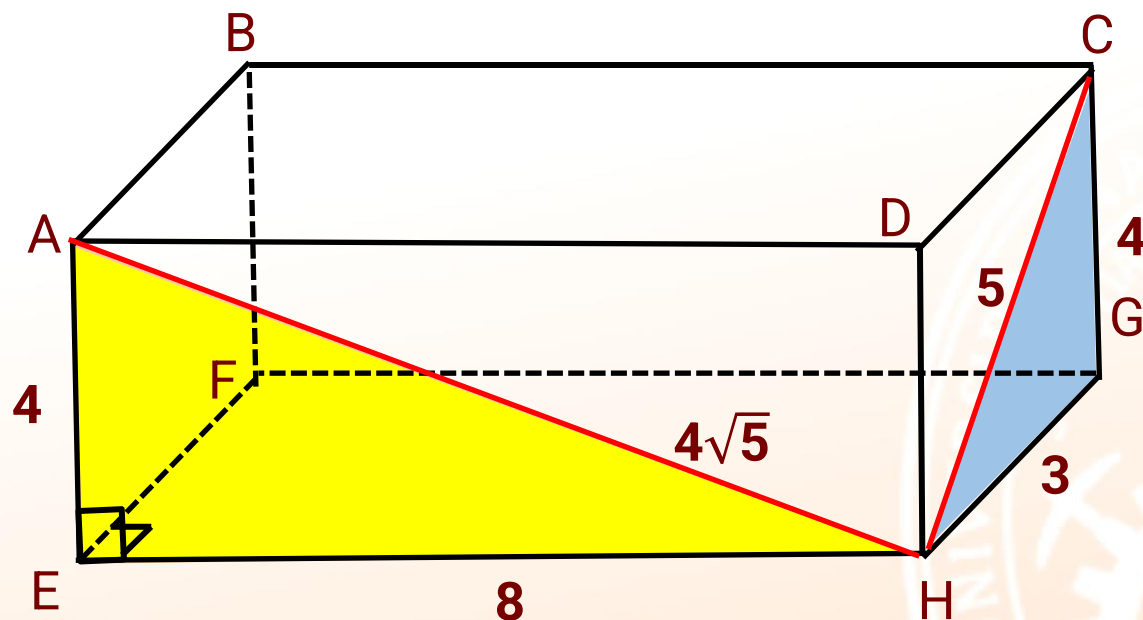
C) 152

D) 170

E) 180

RESOLUCIÓN 06

En un paralelepípedo rectangular, las longitudes de las diagonales de dos caras laterales son $4\sqrt{5}$ u y 5 u respectivamente y la longitud de la altura mide 4 u. Calcule el área (en u^2) total del paralelepípedo.



$$S_{\text{Total}} = ?$$

$\triangle AEH$, T. Pitágoras:

$$EH = 8$$

$\triangle CGH$ es aproximado de 37 - 53

$$HG = 3$$

$$S_{\text{Total}} = 2(3)(4) + 2(4)(8) + 2(8)(3)$$

$$S_{\text{Total}} = 136$$

Clave: B



ce
pre
UNI

TEORÍA

Geometría

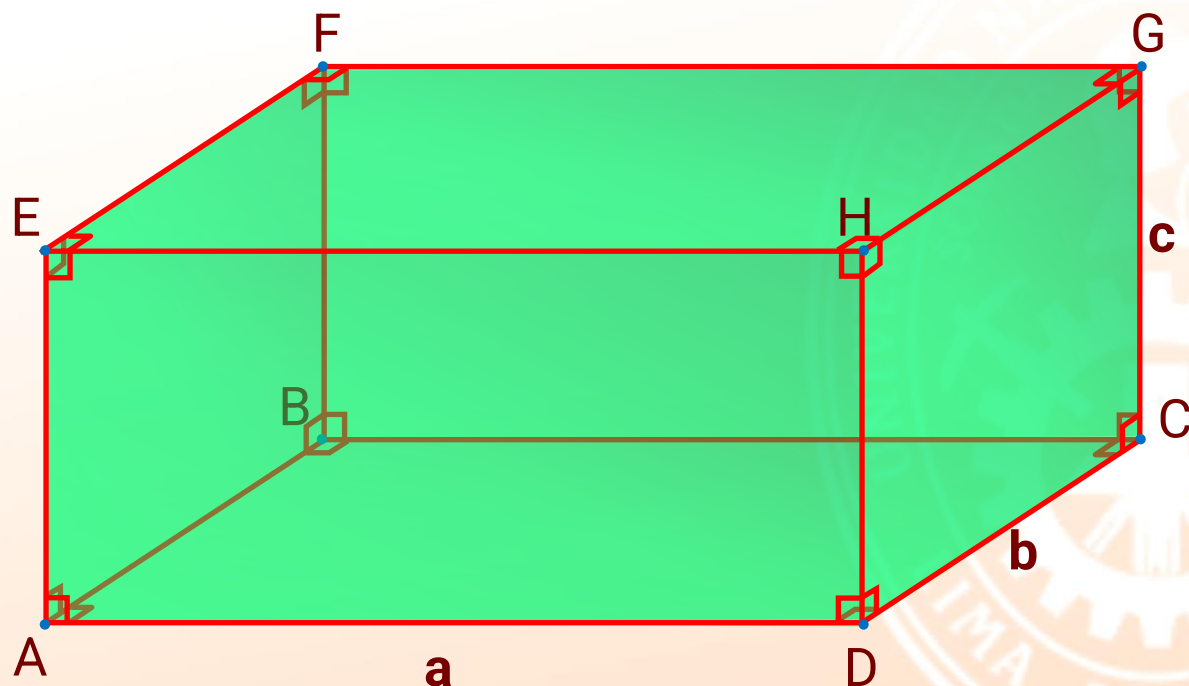
**VOLUMEN DEL SÓLIDO
DETERMINADO POR UN
PRISMA**

**CICLO
PRE
2024-1**



Volumen del sólido determinado por un paralelepípedo rectangular

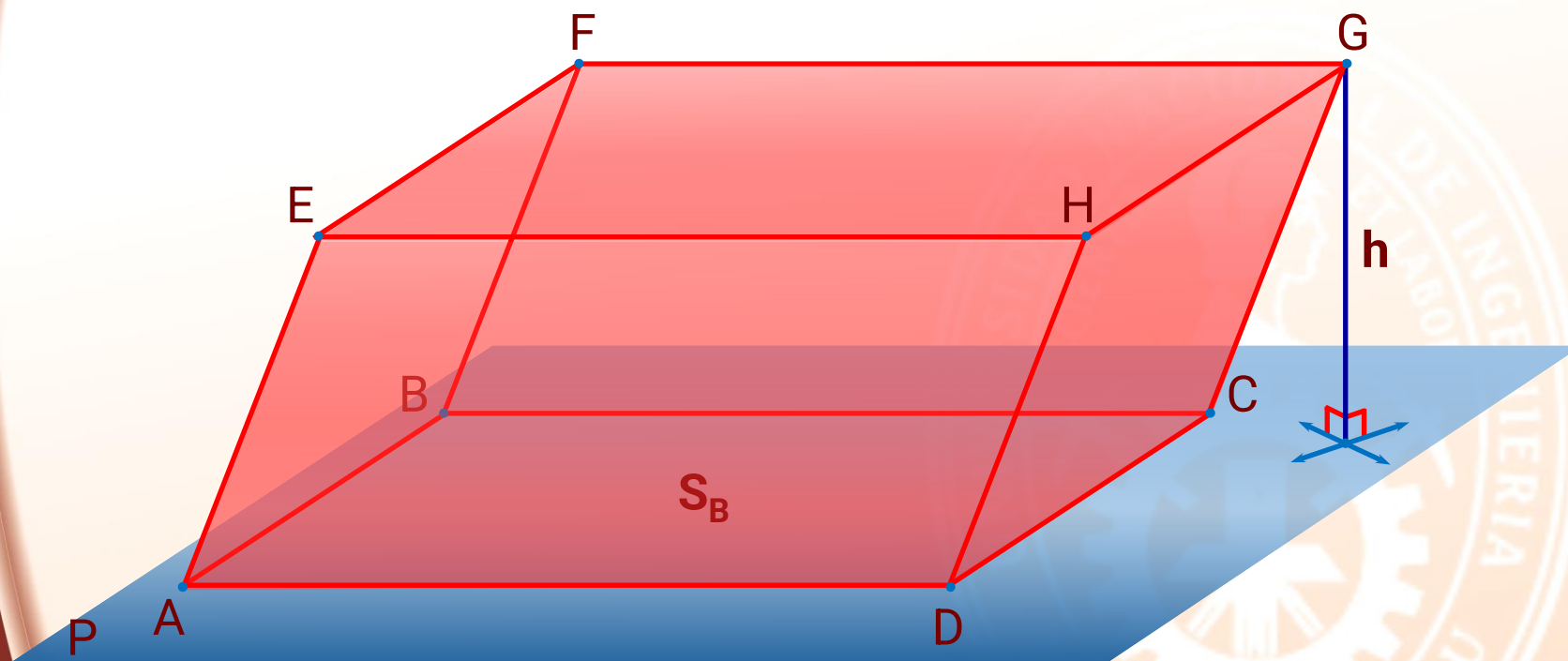
Postulado.- El volumen del sólido determinado por un paralelepípedo rectangular es igual al producto de las longitudes de tres aristas que tienen un extremo común.



$$V = abc$$

Volumen del sólido determinado por un paralelepípedo

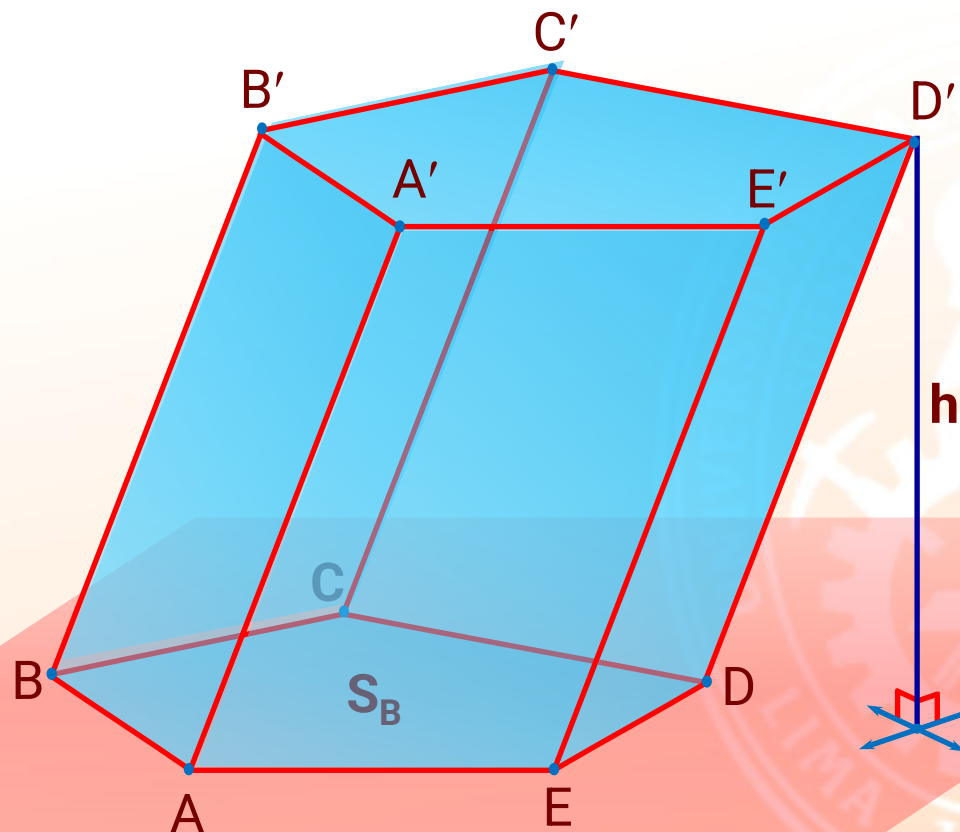
Teorema.- El volumen del sólido determinado por un paralelepípedo es igual al producto del área de la base y la longitud de la altura del paralelepípedo.



$$V = (S_B)h$$

Volumen del sólido determinado por un prisma

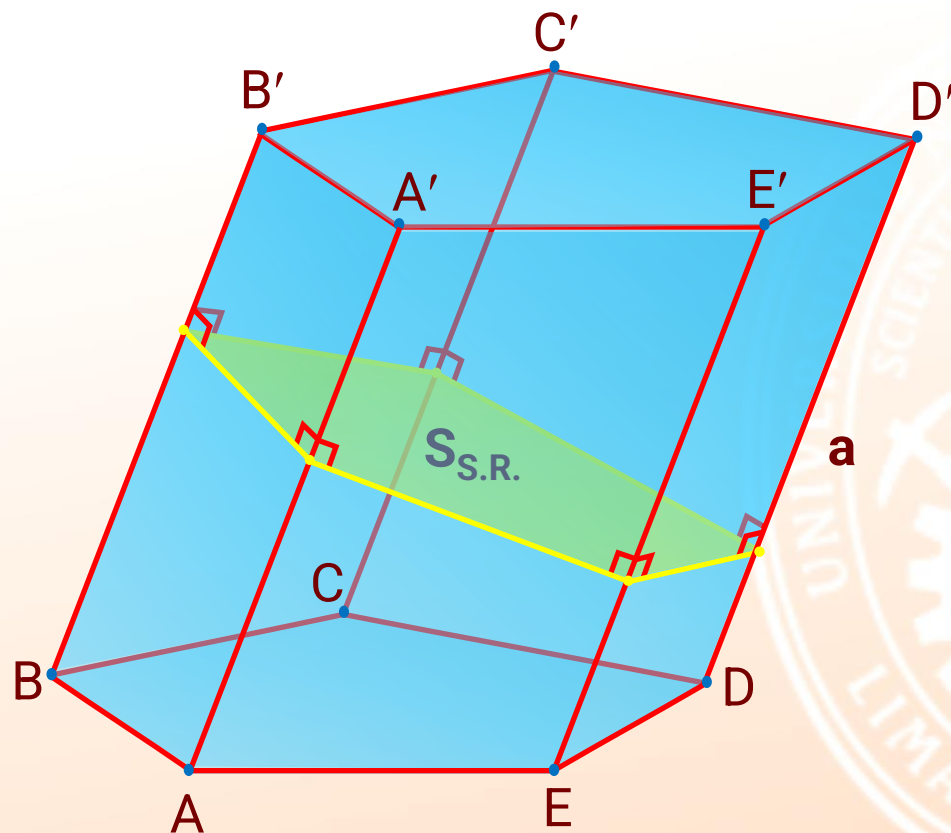
Teorema.- El volumen del sólido determinado por un prisma es igual al producto del área de la base y la longitud de la altura del prisma.



$$V = (S_B)h$$

Volumen del sólido determinado por un prisma

Corolario.- El volumen del sólido determinado por un prisma es igual al producto del área de la sección recta y la longitud de la arista lateral.



$$V = (S_{S.R.})a$$

EJERCICIO 07

En un prisma cuadrangular recto $ABCD-EFGH$, las bases son regiones romboidales y el centro de la base $EFGH$ es O . Si el área de la región OAB es 30 u^2 , $AE = 8 \text{ u}$ y $AB = 6 \text{ u}$, entonces el volumen del sólido (en u^3) determinado por el prisma es

A) 560

B) 568

C) 576

D) 584

E) 592

RESOLUCIÓN 07

En un prisma cuadrangular recto ABCD–EFGH, las bases son regiones romboidales y el centro de la base EFGH es O. Si el área de la región OAB es 30 u^2 , $AE = 8 \text{ u}$ y $AB = 6 \text{ u}$, entonces el volumen del sólido (en u^3) determinado por el prisma es

Por el teorema de $3\perp \Rightarrow m\angle PMA = 90$

$$\text{En } \triangle AOB: S_{AOB} = 30 = \frac{6(OM)}{2} \Rightarrow 10 = OM$$

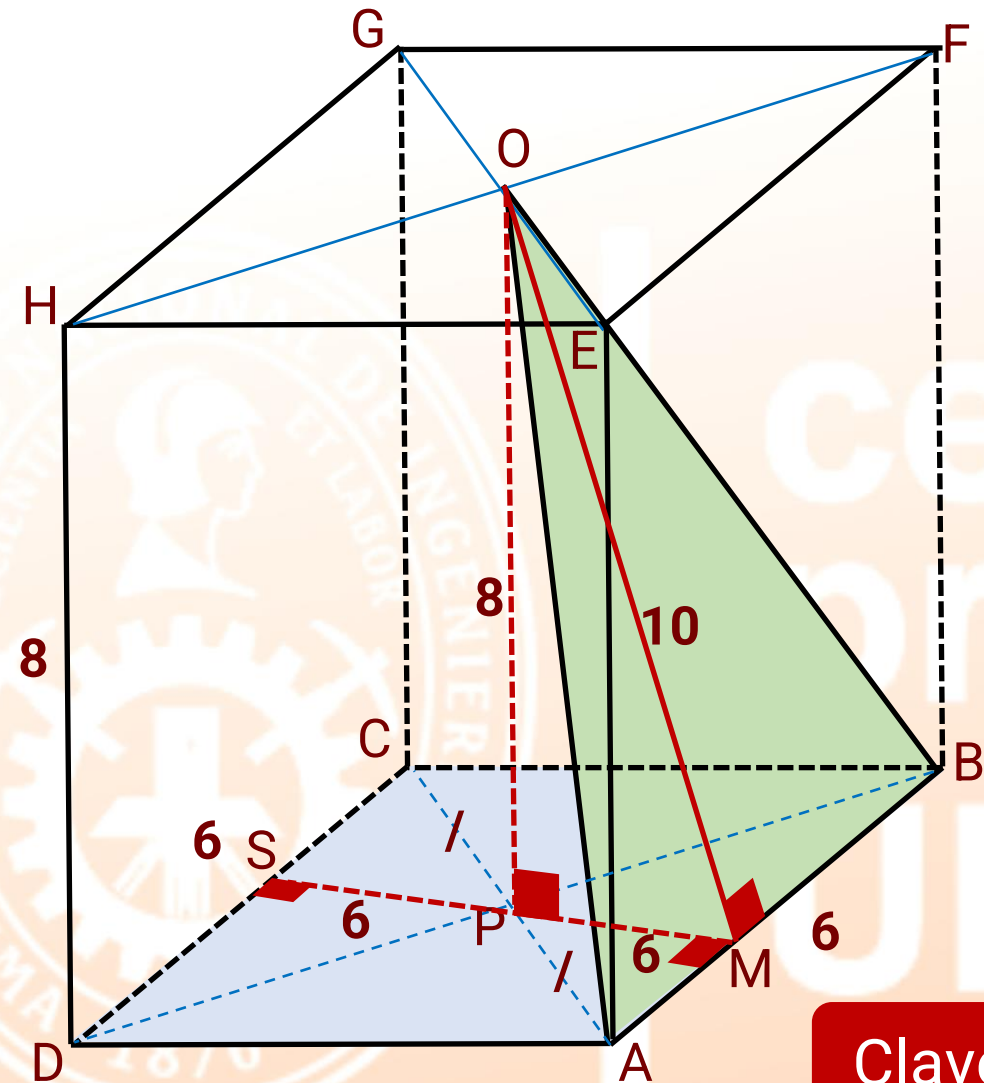
$$\text{En } \triangle OPM: PM = 6$$

Al prolongar $\overline{MP}$ hasta S: $SP = PM = 6$

$$V_{\text{Prisma}} = (S_{\text{Base}})(\text{altura})$$

$$V_{\text{Prisma}} = 6(12)(8)$$

$$V_{\text{prisma}} = 576$$



Clave: C

EJERCICIO 08

En un prisma triangular oblicuo, la sección recta es una región triangular rectangular y la circunferencia inscrita en dicho triángulo determina en el lado mayor, dos segmentos de longitudes m y n , siendo la longitud de la arista lateral $(m + n)$. Calcule el volumen del sólido determinado por el prisma oblicuo.

A) $mn(m + n)$

B) $2mn(m + n)$

C) $3mn(m + n)$

D) $4mn(m + n)$

E) $5mn(m + n)$